光锥 QCD 等效场论与介子结构*

王顺金　　陶 军

四川大学物理系，成都市， 610064

（高能物理分会第十届全国粒子物理学术会议）

摘要：简要介绍用光锥 QCD 等效场论的哈密量对介子质谱和波函数的非微扰计算的初步结果。首先把 Pauli-Bodsky 等人的相对论性的、介子的光锥 QCD 等效哈密顿量和相应的介子的质量本征方程变至总角动量表象，然后非微扰地求解了这一方程，得到了二十四个赝标介子和矢量介子的基态质量和波函数，质谱在1.5% 左右符合实验。然后，引进相对论性禁闭势，计算了二十八个赝标介子和五十五个矢量介子包括激发态质量谱，J=0 和 1 的绝大多数介子计算结果与实验数据符合在 5%左右；J=2 的介子符合差一些；预言了 24 个介子的基态和激发态质量。

I. 引言

1. 什么是光锥 QCD[Light Cone(Front) QCD]?

（1）按照 Dirac 的三种相对论动力学形式理论，

光锥 QCD 是 QCD 的重要形式

Dirac 的相对论动力学形式理论（Form of Dynamics）:

什么是动力学?

动力学就是物理系统的时间演化$\rightarrow$时间平移算子是哈密顿量

动力学归结为哈密顿量，其形式依赖于时间的定义。

按照相对论的三种时间定义，有三种等价的相对论动力学形式:

（i）Instant Form（瞬时形式），通常形式，保持 t=constant 不变

（ii）Light Front Form（光锥形式），保持光锥面不变

（iii）Point Form（点形式），保持坐标原点不变

（2）无限大动量表象下的 QCD（讨论渐进自由）是光锥 QCD 的前身

（3）为了解 QCD 低能行为寻找新的理论途径-光锥 QCD 是一个尝试

光锥 QCD 动力学（哈密顿量）与核多理论接近

2. 光锥 QCD 的优点:

（1）Poincare 群十个生成元中，

（i）Instant Form: 六个运动学的，四个动力学的

$P^i, J^i (i=1,2,3)$；$P^0 = H, K^i = M^{0i} (i=1,2,3)$

保持 $t=c$ 不变

（ii）Light Front Form 有最大数目的运动学守恒量:

七个运动学的，三个动力学的

$P^+, P^i (i=1,2), J^3, K^3, E^1 = K^1 + J^2, E^2 = K^2 - J^1$；$P^-, F^1 = K^1 - J^2, F^2 = K^2 + J^1$

$x^+ = t + x^3, x^- = t - x^3, x^1 = x^1, x^2 = x^2$，

保持 $x^+ = c$ 不变

（iii）Point Form: 六个运动学的，四个动力学的

J^i, K^i；$P^\mu (\mu = 0,1,2,3)$

保持 $t^2 - \vec{x}^2 = ds^2 > 0$ 不变

（2）除去零膜后，光锥 QCD 真空简单、平庸

（3）束缚质量算子平方的本征方程是相对论协变的

（4）哈密顿量可分解为动能与势能

（5）可以用核多体理论方法求解束缚态本征方程

3．为什么要研究光锥 QCD 等效哈密顿量和介子质谱？

（1）光锥 QCD 有两个学派：Brodsky-Pauli 和 Wilson-Perry

Brodsky-Pauli 提出的光锥 QCD 等效哈密顿量，

没有人严格求解

（2）了解光锥 QCD 等效哈密顿量的物理内涵，

光锥 QCD 的潜力与问题

II．基态问题

泡里等人，基于离散光锥 QCD[1]，用投射算子方法，求得了相对论性的、由价夸克和反价夸克仿射的、介子的福克子空间上的等效的质量平方算子（或光锥 QCD 的等效哈密顿量）和相应的质量本征方程[2]

$$[M^2-(E_1(\vec{k})+E(\vec{k}))^2]\varphi_{s_1s_2}(\vec{k})=\sum_{s_1's_2'}\int d\vec{k}U_{s_1s_2;s_1's_2'}(\vec{k},\vec{k}')\varphi_{s_1's_2'}(\vec{k}')$$

然而该本征方程是在自旋-动量表象写出的，使得人们难于在总角动量表象中求解此介子质谱的本征方程。把上述方程用于正负电子素问题[3]，计算结果说明了三点：（1）在质心系中，总角动量是好量子数（有转动不变性），（2）动量表象不好，把很多不同角动量态混合起来，增加不必要的计算量，（3）动量截断要破坏转动不变性和角动量守恒。

因此，基于光锥 QCD 的介子的相对论性的等效哈密顿量至今未能求解。

我们首先把泡里等人的相对论性的、介子的光锥 QCD 等效哈密顿量和相应的介子的质量本征方程变至总角动量表象，然后非微扰地求解了这一方程，得到了二十四个赝标介子和矢量介子的基态质量和波函数。

在总角动量表象中，介子质量的本征方程为，

$$
\begin{aligned}
&[M^2-(E_1(k)+E_2(k))^2]R_{Jsl} \\
&=\sum_{l=|J-s'|}^{J+s'}\sum_{s'=0,1}\int k'^2\,dk'U_{sls'l'}{}^{J}(k,k')R_{Js;l'}(k')
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

其中积分核为

$$
\begin{aligned}
&U_{sls'l'}{}^{J}(k,k')= \\
&<\Phi_{JslM}(\Omega_{\vec{k}},s)|\hat{U}(\vec{k},\vec{k}';\vec{\sigma}(1),\vec{\sigma}(2))|\Phi_{JslM}(\Omega_{\vec{k}'},s')>
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

$\Phi_{JslM}(\Omega_{\vec{k}},s)$ 是自旋球谐函数，$\hat{U}(\vec{k},\vec{k}';\vec{\sigma}(1),\vec{\sigma}(2))$ 是光锥 QCD 的介子等效哈密顿量中的势能算子，它是相对论性的，但不包含禁闭势和味混合势。对积分方程（1）（五重积分）离散化求解，可以得到介子的质量和相应的波函数。参数的确定如下：（1）用 $\pi^{\pm}$-介子和 $\rho(770)$ 介子的质量去确定上、下夸克的质量和效耦合常数 $\bar{\alpha}$： $\bar{\alpha}=03401$， $m_u=m_d=0.398GeV$。（2）用 K^-，D^0 和 B^- 的实验质量，去确定奇异夸克、璨夸克和底夸克的质量： $m_s=0.540GeV$，$m_c=1.592GeV$，$m_b=4.932GeV$。

对二十四个介子的基态质量和波函数的计算都使用这组参数。

计算结果列于表 I。对味的非对角的轻夸克系统和重夸克系统，上述等效哈密顿量能对基态质量作出很好的描述，介子的基态质量与实验值的符合在 1.5% 左右，计算的 $\pi^{\pm}$ 的半径（$0.515\,fm$）与实验值（$0.67\,fm$）接近。但是，所有激发态的结果都不好[3]。

表 I　计算所得的 24 个介子的基态质量及其对实验值的偏离

介子	Ours (MeV)	Pauli's (MeV)	Exp (MeV)	符合情况 Error (%)
$\pi^{\pm}$	140	140	140	
$\rho(770)$	768	768	768	
$K^{\pm}$	494	494	494	
K^{0}	494	494	498	(-0.8%)
$K*^{\pm}$	900	871	892	(0.89%)
$K*^{0}$	900	871	896	(0.44%)
$D^{\pm}$	1865	1865	1869	(-0.2%)
D^{0}	1865	1865	1865	
$D*^{0}$	1954	2030	2007	(-2.6%)
$D*^{\pm}$	1954	2030	2010	(-2.7%)
$D^{\pm}_{s}$	1964	1929	1969	(-0.26%)
$D*^{\pm}_{s}$	2075	2124	2112	(-1.6%)
B^{0}	5279	5279	5279	
$B^{\pm}$	5279	5279	5279	(0.0%)
$B*$	5292	5418	5325	(-0.6%)
B^{0}_{s}	5390	5338	5370	(0.21%)
$B*^{0}_{s}$	5410	5510	预言	--
$B^{\pm}_{c}$	6300	6114	6400	(-1.5%)
$B*^{\pm}_{c}$	6350	6580	预言	--
$\eta_c(1S)$	2940	--	2980	(-1.3%)
$J/\psi(1S)$	3063	--	3097	(-1.1%)
$\Upsilon(1S)$	9527	--	9460	(0.71%)
χ_{b0} (1P)	9785	--	9860	(-0.76%)
χ_{b1} (1P)	9797	--	9893	(-0.97%)

预言能力：　用了 5 个数据，
有 17 数据符合，
预言了两个数据

上述结果表明：（1）禁闭势对于激发态是不可缺少的，但对于基态并不重要。（2）味混合势对轻夸克系统是重要的，但对重夸克系统的影响就小一些。（3）单一（$q\bar{q}$）价夸克子空间对于介子的基态是好的近似，但对于介子的激发态就不是好的近似，必须扩大（$q\bar{q}$）价夸克子空间以考虑来自 QCD 真空的多个（$q\bar{q}$）对效应。

这些结果，对于改进光锥 QCD 等效哈密顿量理论可能有重要意义。

下面讲最重要的改进：引进禁闭势

III. 禁闭势与激发态

基本思路：

（1）格点规范计算表明：坐标空间禁闭势是线性的，

（1）把组份夸克模型用的坐标空间的非相对论性的线性禁闭势变到动量空间，得到非相对论性的动量空间的禁闭势，

（2）把非相对论性的动量空间的禁闭势推广成为相对论性的动量空间的禁闭势。

1. 动量空间相对论线性禁闭势：

$$V_{con}(Q)=\lim_{\eta\to 0}\frac{\lambda}{2\pi^2}\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\left[\frac{1}{Q^2+\eta^2}\right]=\lim_{\eta\to 0}-\lambda\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}[V_{Yukawa}]。$$

在介子本征方程相互作用核中加入半唯象的禁闭势 $V_{con}(Q)$：

$$U_{\lambda_q\lambda_{\bar{q}};\lambda'_q\lambda'_{\bar{q}}}=\frac{2m_1m_2}{\sqrt{x(1-x)x'(1-x')}}\times\{$$

$$\bar{u}(k_q,\lambda_q)\bar{v}(k'_{\bar{q}},\lambda'_{\bar{q}})[\gamma^{\mu}(q)\cdot\gamma_{\mu}(\bar{q})(V_{OGE}+\varepsilon V_{con})]v(k_{\bar{q}},\lambda_{\bar{q}})u(k'_q,\lambda'_q)$$

$$+\bar{u}(k_q,\lambda_q)\bar{v}(k'_{\bar{q}},\lambda'_{\bar{q}})[I(q)\cdot I(\bar{q})(1-\varepsilon)V_{con})]v(k_{\bar{q}},\lambda_{\bar{q}})u(k'_q,\lambda'_q)\}$$

$$V_{OGE}=-\frac{4}{3}\frac{1}{2\pi^2}\frac{\bar{\alpha}(Q)}{Q^2}$$

这里 I 是 4×4 维的单位矩阵，禁闭势的洛伦兹结构采取标量耦合和矢量耦合混合的形式，$\varepsilon(0\le\varepsilon<1)$ 是调节标量禁闭势和矢量禁闭势混合的参数，当它为零时禁闭势只有标量型洛伦兹结构。

2. 包含禁闭势的介子质量本征方程的求解

把加入线性禁闭势后光锥形式下的介子束缚态方程变换到瞬时形式，在质心系下的总角动量表象中求解：对赝标量介子，取$\varepsilon=0$，$\overline{\alpha},\lambda$，$u,d$的质量$m_u,m_d$由$\pi$介子基态、第一和第二激发态质量的实验值确定，　s,c,b夸克的有效质量分别用K^-,D^0和B^-介子基态质量的实验值确定：

$$m_u = m_d = m = 300\text{MeV} \quad m_s = 410\text{ MeV}$$
$$m_c = 1312\text{MeV} \quad m_b = 4305\text{MeV}$$
$$\lambda = 2.119\times10^4 \quad \overline{\alpha} = 0.2654$$

28 个赝标量介子质量谱的计算结果见表 II

39 个 J=1 的矢量介子质量谱的计算结果见表 III、IV：

16 个 J=2 的矢量介子质量谱的计算结果见表 V、IV：

（1）表 II 赝标量介子质量谱(包括激发态)

（a）JSL=000：22 个赝标介子

Meson	$q\bar{q}$	Exp(Mev)	Our(Mev)
π	$u\bar{d}$	140	140
$\pi(1300)$		1300±100	1511（+16%）
$\pi(1800)$		1801±13	1801
K	$u\bar{s}$	494	494
K'			1670 (预言)
K''			1967 (预言)
D	$c\bar{u}$	1865	1865
D'			2694 (预言)
D''			2717 (预言)
D_s	$c\bar{s}$	1969	1953（0.1%）
D'_s			2806 (预言)
D''_s			2929 (预言)
B	$d\bar{b}$	5279	5279
B'			5700 (预言)
B''			5783 (预言)
B_s	$s\bar{b}$	5370	5385 (预言)
B'_s			5783 (预言)
B''_s			6033 (预言)
B_c	$c\bar{b}$	6400±400	6014 （6%）
B'_c			6645 (预言)
B''_c			7253 (预言)
$\eta_c(1S)$	$c\bar{c}$	2980	2773 （7%）

(b) JSL=011：6 个赝标介子

Meson	$q\bar{q}$	exp(Mev)	Our(Mev)	误差
$a_0(980)$	$u\bar{d}$	984.7±1.2	913	7.3%
$a_0(1450)$	$u\bar{d}$	1474±19	1606	9.0%
$K_0^*(1430)^{kk}$	$u\bar{s}$	1412±6	1079	23.5%
$\chi_{c0}(1P)$	$c\bar{c}$	3415	3211	6.0%
$\chi_{b0}(1P)$	$b\bar{b}$	9860	9478	3.9%
$\chi_{b0}(2P)$	$b\bar{b}$	10232.1±6	10436	2.0%

(2)J=1:参数：u=d=300，s=410，c=1600 ，b=4910，

α =0.4594， λ ＝1.319×10^4

表 III J=1 的矢量介子质量谱：JSL=101 & 111：16 个介子

Meson	J^{PC}	exp(Mev)	Our(Mev)
$b_1(1235)$	1^{+-}	1229	1229
$a_1(1260)$	1^{++}	1230±40	1249(2%)
b_1''	1^{+-}	–	1465（预言）
$K_1(1270)$	1^+	1273	1306(3%)
$K_1(1400)$	1^+	1402	1405
K_1''	1^+	–	1586（预言）
$D_1(2420)^{\pm}$	—	2423	2375(2%)
$D_1(2420)^0$	1^+	2422	2375(2%)
D_1'	1^+	–	2721（预言）
$D_{S1}(2536)^{\pm}$	1^+	2535	2461(3%)
D_{S1}'	1^+	–	2898（预言）
$\chi_{c1}(1P)$	1^{++}	3510	3548(1%)
χ_{c1}'	1^{++}		3713（预言）
$\chi_{b1}(1P)$	1^{++}	9892	9892

$\chi_{b1}(2P)$	1^{++}	**10255**	**9919(3%)**
χ_{b1}''	1^{++}		**10968（预言）**

表 IV J=1 的矢量介子质量谱:JSL=110 & 112：23 个介子

Meson	J^{PC}	**exp(Mev)**	**Our(Mev)**
$\rho(770)$	1^{--}	**771**	**905（17%）**
$\rho(1450)$	1^{--}	**1465±25**	**1311（11%）**
$\rho(1700)$	1^{--}	**1700±20**	**1705**
$K^*(892)^{\pm}$	1^{-}	**892**	**958（7%）**
$K^*(892)^{0}$	1^{-}	**896**	**958（7%）**
$K^*(1410)$	1^{-}	**1414±15**	**1383（2%）**
$K^*(1680)$	1^{-}	**1717±27**	**1745**
$D^*(2007)^0$	1^{-}	**2006**	**2059（3%）**
$D^*(2010)^{\pm}$	1^{-}	**2010**	**2059（2%）**
$D^{*\prime}$	1^{-}	**–**	**2466（预言）**
$D_s^{*\pm}$	**–**	**2112**	**2124（1%）**
$D_s^{*\prime}$	**–**	**–**	**2580（预言）**
B^*	1^{-}	**5325**	**5382（1%）**
$B^{*\prime}$	1^{-}	**–**	**5637（预言）**
$J/\psi(1S)$	1^{--}	**3097**	**2900（6%）**
$\psi(2S)$	1^{--}	**3686**	**3731（1%）**
$\psi(3770)$	1^{--}	**3770**	**3815（1%）**
$\gamma(1S)$	1^{--}	**9460**	**8482（10%）**
$\gamma(2S)$	1^{--}	**10023**	**10101（1%）**
$\gamma(3S)$	1^{--}	**10355**	**10260（1%）**
$\gamma(4S)$	1^{--}	**10580**	**10959（5%）**

$\gamma(10860)$	1^{--}	10865	10961（1%）
$\gamma(11020)$	1^{--}	11019	11063（0.4%）

(3)　J=2: 参数: u=d=361, s=500, b=4765,
α=0.3, λ=0.7×10^4

表 V J=2 的矢量介子质量谱:JSL=202/212 ：7 个介子

Meson	J^{PC}	JSL	exp(Mev)	Our(Mev)
$\pi_2(1670)$	2^{-+}	202	1672	1655（1%）
$\pi_2(2100)$	2^{-+}	202	2090	1656（21%）
$K_2(1580)$	2^{-}	202/212	1580	1690（7%）
$K_2(1770)$	2^{-}	202/212	1773	1724（3%）
$K_2(1820)$	2^{-}	202/212	1816	2042（11%）
$K_2(2250)$	2^{-}	202/212	2247	2043（9%）
$\gamma(1D)$	2^{--}	212	10161	10159

表 VI J=2 矢量介子质量谱:JSL=211/213: 9 个介子

Meson	J^{PC}	JSL	exp(Mev)	Our(Mev)
$a_2(1320)$	2^{++}	211/213	1318	1318
$a_2(1700)$	2^{++}	211/213	1732+16	1469（15%）
$K_2^*(1980)$	2^{+}	211/213	1973	1670（15%）
$D_2^*(2460)^0$	2^{+}	211/213	2461	2460
$D_2^*(2460)^\pm$	2^{+}	211/213	2459	2460
$\chi_{c2}(1P)$	2^{++}	211/213	3556	3629（2%）
$\chi_{c2}(2P)$	2^{++}	211/213	3929	3855（2%）
$\chi_{b2}(1P)$	2^{++}	211/213	9912	9913
$\chi_{b2}(2P)$	2^{++}	211/213	10269	10326（0.6%）

角动量相关势（类似核物理）（理论计算值偏小）？

唯象引进禁闭势后，可给出激发态的合理结果

IV. 讨论

1. Pauli-Brodsky 光锥 QCD 等效哈密顿量的问题：

（1）没有处理零膜，从中提取手征对称破缺（m_q）和禁闭势的信息

没有禁闭势，只能唯象引进手征对称破缺（m_q），

（2）没有味混合，

（3）忽略多夸克对的贡献

手征对称性破缺（m_q）和夸克禁闭问题是 QCD 最大的问题

2. 本文：唯象引进禁闭势

IV. 下一步工作

1. 角动量相关势
2. 考虑味混合：研究味对角介子：π^0....
3. 用波函数研究衰变问题和形状因子
4. 把介子激发态谱做得更系统：Isgur
5. 扩大子空间：$(q\bar{q})+(q\bar{q}q\bar{q})$ ，研究多夸克对的贡献
6. 零膜问题研究：手征对称性破缺，禁闭势

参考文献

[1] S. J. Brodsky, H. C. Pauli, and S. S. Pinsky, Phys. Rep. 301 (1998) 299-486.

[2] H. C. Pauli, Nucl. Phys.B90 (Proc. Suppl.) (2000) 154-160.

[3] U.Trittmann and H.C.Pauli,Nucl.Phys.B90(Proc.Suppl.) (2000) 161-169.

[4] Wang shun-Jin , Li Lei, Zhou Shan-Gui, Zhang Guang-Biao,
On the physical contents of the light-cone QCD effective Hamiltonian on meson sector, S.J.Wang, L.Li, S.G.Zhou, G.B.Zhang, Chin.Phys.Lett.Vol.23, (2006)1426.

[5]. Li Lei, Wang Shun Jin, Zhou Shan Gui, and Zhang Guang Biao,
A Light-Cone QCD Inspired Meson Model with a Relativistic Confining Potential in Momentum Space, Chin. Phys. Lett. 24(2),(2007)374.